

## 특징형상기반 다중해상도 모델링에 관한 연구 - Part I: 특징형상의 유효영역

이상헌\*, 이규열\*\*

### A Study on Feature-Based Multi-Resolution Modelling - Part I: Effective Zones of Features

Lee, S. H.\* and Lee, K.-Y.\*\*

#### ABSTRACT

Recent three-dimensional feature-based CAD systems based on solid or non-manifold modelling functionality have been widely used for product design in manufacturing companies. When product models associated with features are used in various downstream applications such as analysis, however, simplified and abstracted models at various levels of detail (LODs) are frequently more desirable and useful than the full detailed model. To provide multi-resolution models, the features need to be rearranged according to a criterion that measures the significance of the feature. However, if the features are rearranged, the resulting shape is possibly different from the original because union and subtraction Boolean operations are not commutative. To solve this problem, in this paper, the new concept of the effective zone of a feature is defined and identified using Boolean algebra. By introducing the effective zone, an arbitrary rearrangement of features becomes possible and arbitrary LOD criteria may be selected to suit various applications. Besides, because the effective zone of a feature is independent of the data structure of the model, the multi-resolution modelling algorithm based on the effective zone can be implemented on any 3D CAD system based on conventional solid representations as well as non-manifold topological (NMT) representations.

**Key words** : Multi-resolution, Level of detail, Feature, Solid model, Non-manifold, Merged set

## 1. 서 론

### 1.1 연구 배경

최근 기계 분야 제조업체에서는 솔리드 또는 비다양체 모델링 커널을 바탕으로 한 3차원 CAD 시스템이 제품 설계에 널리 사용되고 있다. 이는 파라메트릭 모델링(parametric modeling) 또는 변이 형상(variational geometry) 기술과 결합된 특징형상 기반 모델링(feature-based modeling) 기법을 기존의 기하학적 형상 모델러에 도입함으로써 제품 모델링 환경을 크게 개선함으로써 가능하게 된 것이다<sup>1)</sup>. 여기서 특징형상(feature)은 엔지니어링 의미를 가지면서 생성

적인 형상에 매핑이 가능한 제품의 물리적인 구성 요소로 정의될 수 있다. 설계 단계에서 만들어진 제품 모델이 해석을 포함한 이후 여러 응용 분야에 사용될 때는 상세 형상 모델보다 다양한 상세 수준(level of detail (LOD))으로 단순화되거나 축약된 모델이 훨씬 더 바람직하고 유용한 경우가 많이 있다. 이와 같이 하나의 형상 모델에 대하여 다양한 LOD에 대응되는 간략화된 형상 모델을 제공하는 기법을 다중해상도 모델링(multi-resolution modeling) 기법이라고 하며, 특정 LOD에 대한 형상 모델을 본 논문에서는 간략히 LOD 모델이라고 부르도록 하겠다.

이러한 다중해상도 모델링 방법은 크게 대상 물체에 따라 다면체 기반 다중해상도 모델링 방법(polygon-based multi-resolution modelling method)<sup>2,3)</sup>과 특징형상 기반 다중해상도 모델링 방법(feature-based multi-resolution modelling method)<sup>4)</sup>으로 구

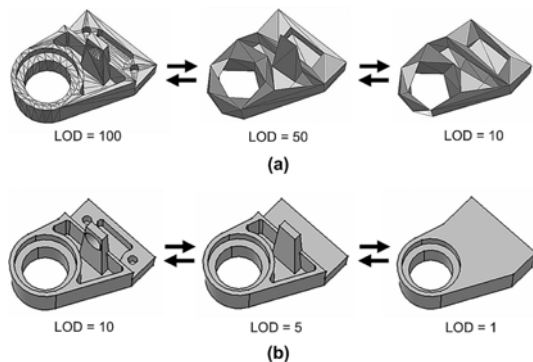
\*정회원, 국민대학교 기계자동차공학부

\*\*정회원, 서울대학교 조선해양공학과

- 논문투고일: 2005. 00. 00

- 심사완료일: 2005. 00. 00

분할 수 있으며, Fig. 1에 이 두 가지 방식의 전형적인 예가 소개되어 있다. 보다 전통적인 다면체 기반 다중해상도 모델링 방법에서는 그 대상이 다면체 모델이고, 낮은 해상도의 모델을 생성하기 위해 소거하는 대상이 꼭지점, 모서리, 면과 같은 위상학적 요소들이다. 이 방식의 주된 목적은 컴퓨터 그래픽스에서 빠른 디스플레이를 성취하고자 하는 것이다. 그에 반하여 특징형상 기반 다중해상도 모델링은 그 대상이 특징형상 기반 솔리드 모델이고, 소거 대상이 위상 요소보다 훨씬 상위 수준의 모델링 요소인 특징 형상이다. 이 방법의 응용 분야는 주로 해석을 포함한 엔지니어링 작업이다.



**Fig. 1.** Two different multi-resolution modelling approaches: (a) polygon-based multi-resolution modelling for polyhedral models in computer graphics, (b) feature-based multi-resolution modelling for solid models in CAD.

특징형상기반 다중해상도 모델링의 대표적인 응용 분야 및 그 필요성에 대해서 간략히 설명하면 다음과 같다.

- **엔지니어링 해석(engineering analysis):** 해석을 위해서는 대부분의 경우 부품의 상세 형상 모델 보다는 해석 목적 및 방법에 따라 부품의 형상을 이상화시킨 단순한 형상 모델을 더 필요로 한다<sup>18,9)</sup>. 이러한 단순한 형상 모델을 얻기 위해서는 상세한 형상을 구성하는 작은 특징형상들을 선택적으로 제거하는 작업이 이루어져야 한다. 어느 정도 단순한 모델을 얻어낼 것인가 하는 것에 따라 LOD가 결정되며, LOD는 엔지니어의 의도, 해석 방법, 결과의 정밀도, 시스템 성능 등의 요소에 좌우된다. 또 하나 유의할 점은 설계 결과가 솔리드 모델인데 반하여 해석용 모델은 솔리드뿐만 아니라 박판(sheet)이나 와이어프레임(wireframe) 모델

또는 이들의 혼합된 모델일 수 있다는 사실이다.

- **네트워크 기반 분산 협업 설계:** 분산 설계 환경에서는 효율적인 협업 설계 및 생산을 위해서 네트워크를 통한 솔리드 모델의 보다 효율적인 전송이 필요하다<sup>16,10-14)</sup>. 그러나, 대부분의 CAD 시스템에서 사용하는 솔리드 경계 표현 방식은 대단히 복잡하며 네트워크의 대역폭 또한 제한적이기 때문에 이러한 요건을 충족시키는 것은 쉽지 않다. 이러한 제약을 극복하기 위해서 솔리드 모델을 주요 형상으로부터 세부 형상까지 점진적으로 전송하는 방식의 도입과 엔지니어링 작업에 따라 적절한 LOD의 제품 모델을 공유하는 것이 필요하다. 이 경우 전송 및 단순화의 단위로는 모서리나 면과 같은 하위 수준의 위상 요소보다는 설계 단위인 보다 상위 수준의 특징형상이 보다 적절하다고 할 수 있다. 다양한 LOD에 대한 형상 모델이 신속히 얻어지기 위해서는 특징형상 기반 다중해상도 모델링 및 스트리밍(streaming)에 대한 연구가 필요하다.

- **가상 프로토타이핑 및 생산(virtual prototyping and manufacturing):** 가상 프로토타이핑에서는 조립체의 가시화 및 조립 과정의 적합성을 검증하기 위하여 각 부품을 3차원 형상 모델로 표현하고 이들을 조립한 디지털 목업(digital mock-up (DMU)) 또는 가상 시제품(virtual prototype)을 생성시키는 작업이 필요하다. 또한 최근 각광받고 있는 가상 생산 분야에서는 가상 공장의 시뮬레이션과 가시화를 위해서 공장의 모든 설비(예컨대, 로봇(robot), 컨베이어(conveyor), 지그(jig) 및 고정구(fixture), 버퍼(buffer), 도크(dock), 워크셀(work cells))가 3차원 형상 모델로 모델링 된다. 디지털 목업과 가상 공장은 엄청난 양의 형상 정보를 포함하고 있기 때문에 렌더링, 충돌 검사, 그리고 갖가지 엔지니어링 해석과 시뮬레이션을 수행하기 위해서는 다중해상도 모델링 기술이 필수적이다. 주어진 LOD에 따라 제품이나 설비의 형상을 단순화시킬 때, 전체 형상 및 시뮬레이션의 정밀도를 유지하기 위해 구멍이나 라운딩과 같은 세부 특징형상을 제거하는 방법이 권장되고 있다<sup>17,15)</sup>. 따라서 특징형상을 단위로 LOD 모델을 생성시키는 방법을 개발함으로써 이러한 엔지니어링적인 목적과 빠른 렌더링과 같은 그래픽적인 목적을 동시에 달성할 수 있다. 만일 보다 빠른 렌더링이 필요하다면 특징형상 단위로 간략화된 LOD 모델에 그래픽 분야의 다각형 기반 다중해

상도 모델링 기법에 널리 사용되는 메시 간략화 기법<sup>12,13</sup>을 추가적으로 적용시킬 수 있다<sup>14</sup>.

이상과 같이 해석, 네트워킹 기반 협업 설계, 가상 프로토타이핑 및 생산과 같은 엔지니어링 작업을 위하여 대상 물체를 다양한 LOD의 3차원 형상 모델로 표현할 수 있는 특징형상기반 다중해상도 모델링 기술에 대한 요구가 점점 증가하고 있다.

## 1.2 관련 연구

솔리드 모델에 대한 특징형상기반 다중해상도 모델링 기법의 필요성과 그에 대한 해법은 최초로 이진우 교수 그룹<sup>17</sup>에서 제안하였으며, 이에 대한 개선 및 확장을 이상현 등<sup>14,15,16,17</sup>, 이재열 등<sup>16,11</sup>이 수행하였다. 지금까지의 이러한 연구는 다중해상도 모델의 표현 방법, LOD 판단 기준, 특징형상 재배열시 유효한 모델 생성 방법 등의 몇 가지 주제에 초점이 맞추어져 있었다. 이 가운데 특징형상 재배열시 유효한 모델 생성 방법에 대한 연구, 즉, 임의의 LOD 판단 기준에 따라 특징형상을 재배치시킬 경우 각LOD에 대하여 어떻게 유효한 LOD 모델을 생성시킬 수 있을 것인가에 대한 기존의 연구에 대해 정리하면 다음과 같다.

일반적으로 불리안 합집합과 차집합 연산사이에는 교환법칙이 성립하지 않기 때문에 만일 특징형상들이 LOD 판단 기준에 따라 재배열되면 그 최종 결과 형상은 원래의 부품 형상과 달라지게 된다. 따라서 특징형상이 재배열되더라도 원래와 동일한 부품 형상이 보장되고, 중간 단계의 LOD 모델들도 합리적인 형상을 갖는 알고리즘의 개발이 필요하다.

최동혁 등<sup>17</sup>과 이재열 등<sup>16</sup>은 이에 대한 알고리즘을 각각 제안하였다. 그러나 이들에 의해 제안된 알고리즘들은 자신들이 제안한 LOD 판단 기준하에서만 유효한 한계성을 가지고 있다. 즉, 가법 특징형상들이 감법 특징형상들보다 먼저 오고, 그 다음에 감법 특징형상들이 내림차순의 부피순으로 배열되며, LOD = 0인 모델은 가법 특징형상의 합집합인 경우에만 유효한 알고리즘을 제안하였다. 그러나 특징형상기반 다중해상도 모델링 기법이 보다 넓은 범위의 응용 분야에 적용되기 위해서는 특징형상이 가법인가 감법인가하는 유형에 상관없이 임의의 순서로 재배열되는 경우에도 언제나 최종 결과 형상은 원래의 형상과 동일한 최종 결과 형상과 합리적인 중간 단계의 LOD 모델들을 제공해 줄 수 있어야 한다.

이를 위하여 이상현 등<sup>14,15,16,17</sup>은 초기 부품 모델 생성시의 불리안 작업 이력을 고려함으로써 불리안 합집합과 차집합 연산간에 교환법칙을 만족시키는 선택

적 불리안 작업을 고안하고 이를 사용한 특징형상 재배열 알고리즘을 제시하였다. 그러나, 이 방법은 비다양체 불리안 작업의 '병합 및 선택' 알고리즘을 변형시킨 것이기 때문에 오직 비다양체 경계 표현방식으로만 구현이 가능하다는 것과 중간 단계의 LOD 모델들에 대해서는 경우에 따라 합리적인 형상을 제공하지 않는 단점을 가지고 있다. 따라서 특징형상 재배열 문제에 대해서는 아직 그 누구도 보편적인 해법을 제시하고 못하고 있는 상황이라고 할 수 있다.

## 1.3 본 논문의 접근 방법

특징형상 재배열 문제를 풀기 위해서 본 논문에서는 특징형상의 유효영역(effective zone of feature)이라는 새로운 개념을 도입하였다. 특징형상 유효영역은 재배열된 특징형상 트리에서 각 특징형상의 원래 기본입체에 대해 실제로 사용될 부분 영역으로서 임의의 LOD 모델의 경계 계산을 할 때 불리안 작업의 대상으로 사용된다. 이 논문에서는 유효영역을 계산하는 방법과 그 방법에 대한 수학적 증명을 기술하고 있다. 유효영역의 개념을 도입함으로써 특징형상이 임의로 재배열된다 하더라도 언제나 원래 부품 형상과 동일한 최종 결과 형상을 담보할 수 있게 되었으며, 그에 따라 다양한 응용 분야에 맞는 각종 LOD 판단 기준들도 수용 가능하게 되었다. 또한, 특징형상의 유효영역은 수학적으로 정의되는 것이기 때문에 모델의 자료구조와는 독립적이며, 따라서 유효영역에 바탕을 둔 다중해상도 모델링 알고리즘은 비단 비다양체 자료구조뿐만 아니라 전통적인 솔리드 자료구조상에서도 구현이 가능하다.

이 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성되어 있다. 제2장에서는 특징형상 재배열시 어떤 문제점이 발생하며 이를 해결하기 위하여 어떠한 조건을 충족시키는 방안이 필요한 지에 대해서 언급한다. 제3장에서는 특징형상의 유효영역이라는 개념을 소개하고, 불리안 대수학을 이용하여 재배열된 특징형상의 유효영역이 어떻게 정의되는지를 보여주고 있다. 제4장에서는 이를 적용시킨 예를 소개하고, 제5장에서는 본 논문의 결론 및 향후 과제에 대하여 정리하고 있다.

## 2. 특징형상 재배열 문제

특징형상기반 모델링에서는 특징형상이 기본 모델링 단위이고, 대상 물체는 일반적으로 기본 바탕이 되는 특징형상에 세부 특징형상들을 점진적으로 적용시킴으로써 모델링을 하게 된다. 특징형상에 대한 분류

는 다양한 방식으로 가능하다<sup>[18]</sup>. 특징형상 분류법은 제품의 카테고리, 특징형상의 적용 분야, 그리고 특징형상의 형상에 바탕을 두어 제정될 수 있다. 특징형상의 형상에 바탕을 둔 분류 체계를 살펴보면, 형상 특징형상(form feature)은 볼륨 특징형상(volume feature), 천이 특징형상(transition feature), 그리고 특징형상 패턴(feature pattern)의 세가지 기본 유형으로 분류할 수 있다<sup>[18]</sup>. 볼륨 특징형상은 구멍(hole)이나 보스(boss)와 같이 형상 체적을 증가시키거나 감소시키는 특징형상이며, 천이 특징형상은 라운딩(rounding)이나 모따기(chamfer)와 같이 곡면을 분리시키거나 혼합하는 특징형상을 뜻하며, 특징형상 패턴은 원형 또는 직선 배열 패턴(circular or array pattern)과 같이 규칙적인 기하학적 형상의 배열을 갖는 유사한 특징형상의 집합을 뜻한다.

특징형상기반 다중해상도 모델링을 위해서는 형상 특징형상(form features)을 볼륨 특징형상으로 표현 되어야 하며, 이들은 다시 가법 특징형상(additive feature)와 감법 특징형상(subtractive feature)의 두가지 유형으로 분류되어야 한다. 이를 위해서 천이 특징형상은 부품 형상에 빠지거나 더해진 체적만큼의 볼륨 특징형상으로 변환되며, 더해지고 빠지는 것에 따라 가법과 감법 특징형상으로 분류된다. 또한 특징형상 패턴은 패턴의 결과 형상에 해당되는 볼륨 특징형상으로 변환되며, 패턴이 적용되는 대상 특징형상이 더해지는 것이면 가법 특징형상으로 빠지는 것이면 감법 특징형상으로 분류된다.

특징형상 기반 모델링 과정은 CSG 트리(tree) 구조로 나타낼 수 있다. Fig. 2(a)에는 간단한 예제 솔리드 모델이 나타나 있으며, Fig. 2(b)에는 예제 모델을 5개의 특징형상을 적용해서 생성시킬 때의 특징형상 CSG 트리를 보여주고 있다. 트리의 단말 노드(terminal node)는 특징형상의 기본입체(primitive) 모델을 나타내고 내부 중간 노드들은 불리안 작업을 나타낸다. 특징형상의 유형은 적용되는 불리안 작업을 결정한다. 만일 특징형상이 가법이면 불리안 작업은 합집합(union (U))이고, 만일 감법이면 차집합(difference (-))이 된다. 이 모델은 이 논문 전체에 걸쳐 본 논문에서 제안한 특징형상기반 다중해상도 모델링 방법을 설명하는데 사용될 것이다.

다중해상도 모델링을 위해 특징형상들은 특징형상의 중요도를 측정하는 판단조건에 따라 재배열될 필요가 있다. 일반적으로 중요도가 큰 특징형상일수록 낮은 LOD에서 나타나고, 중요도가 적은 특징형상은 높은 LOD에서 나타나게 된다. 그러나 문제는 특징형

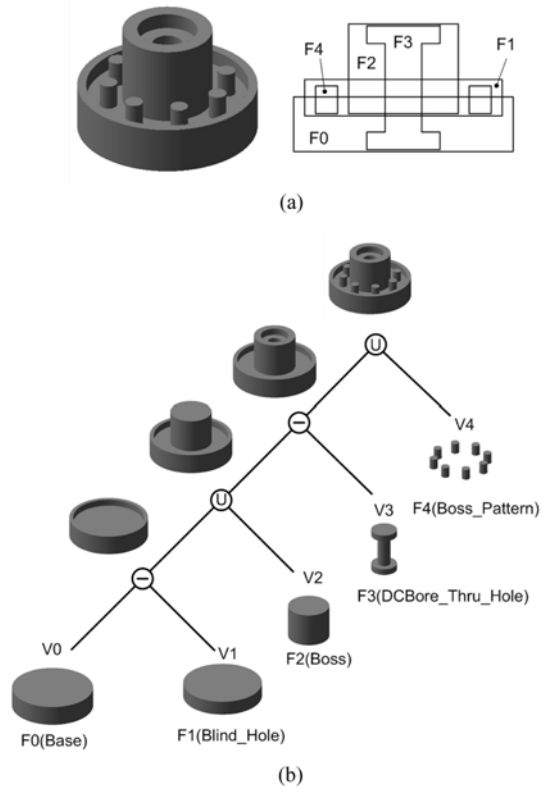


Fig. 2. An example of feature-based solid modelling: (a) the part model and its form features, (b) the feature modelling tree.

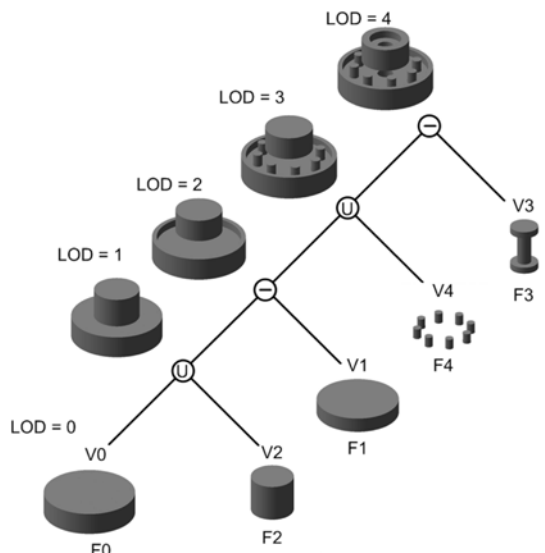


Fig. 3. A rearranged feature tree and its results.

상들이 재배열될 경우 부품의 최종 형상이 원래의 것과 달라질 수 있다. 이는 불리안 합집합과 차집합 연산 사이에는 교환 법칙이 성립하지 않기 때문이다. 예를 들어, Fig. 2의 특징형상들이  $F_0 \rightarrow F_2 \rightarrow F_1 \rightarrow F_4 \rightarrow F_3$ 의 순서로 재배열되면 그 결과는 Fig. 3에 나타난 것과 같이 원래의 부품 형상과 다른 형상이 만들어지게 된다.

특징형상의 중요도에 대한 판단은 응용 분야에 따라 다르기 때문에, 임의의 순서로 특징형상들이 재배열된 경우를 고려하는 것이 필요하다. 따라서, 특징형상의 임의의 재배열에 대해서 최종형상이 원래의 형상과 동일하고, 중간단계의 LOD 모델이 합리적인 형상을 가질 수 있는 방법을 찾는 것이 반드시 필요하다. 또한, 주어진 LOD에 대해서 해당 LOD 모델을 가능한 한 신속히 추출해낼 수 있어야 하며, 다양한 CAD 시스템에서 구현되기 위해서는 어떤 특정한 자료구조에 의존하지 않는 알고리즘을 개발하는 것이 필요하다. 또한 다중해상도 모델링 대상이 되는 형상 모델의 표현 범위가 솔리드 모델을 포함한 3차원 비다양체 모델이 되도록 해야한다. 특징형상기반 다중해상도 모델링 기법의 주요한 응용 분야는 공학용 해석이며, 이 분야에서는 솔리드 모델뿐만 아니라 솔리드, 곡면, 와이어프레임, 셸 구조 모델, 그리고 이들의 혼합 형태의 형상 모델이 종종 사용되기 때문이다.

이상의 필요 조건들을 요약하면 다음과 같은 특징형상기반 다중해상도 모델링 기법의 개발이 필요하다고 할 수 있다.

- 임의의 특징형상 재배열에 대하여 최종형상이 원래의 형상과 동일할 것.
- 중간 단계의 LOD 모델의 형상이 합리적일 것
- LOD가 주어졌을 때 해당 LOD 모델을 신속히 제공할 수 있을 것.
- 특정한 자료구조에 의존하지 않는 알고리즘을 제시할 것.
- 대상 모델의 표현 범위가 솔리드를 포함한 3차원 비다양체 모델일 것.

### 3. 특징형상의 유효영역

초기 부품 모델 생성 시의 특징형상의 순서를 어떤 LOD 판단 기준에 따라 임의로 재배열된 경우를 생각해보도록 하자. 특징형상의 재배열(feature reordering)은 Fig. 4에 나타난 것과 같이 일련의 특징형상 재배치(feature relocation)들로 분해할 수 있으며, 각각의 재배치는 다시 일련의 두 인접 특징형상의 자리바꿈

(feature exchange)들로 분해할 수 있다. 따라서 특징형상 재배열 문제를 풀기 위해서는 두 특징형상간의 자리바꿈 시 동일한 불리안 작업 결과가 나오게 하는 방법을 제시해야만 한다.

이를 가능하게 하기 위해서 본 논문에서는 특징형상의 유효영역(effective zone of feature)이라는 개념이 도입되었다. 즉, 유효영역이라는 원래의 특징형상의 일부분만을 재배열된 특징형상간의 불리안 작업에 사용함으로써 동일한 불리안 작업 결과를 제공하는 것이다. 특징형상의 재배열을 수행하기 전 초기 상태에서는 각 특징형상의 유효영역은 특징형상 전체가 되며, 재배열 수행 이후에는 특징형상의 전부 또는 일부가 된다. 유효영역은 불리안 대수학을 이용하여 정의할 수 있으며 그 과정은 다음 절에서 소개하도록 하겠다.

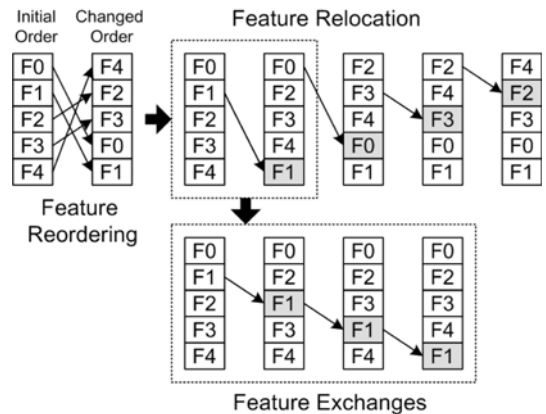


Fig. 4. Converting an arbitrary feature rearrangement into a series of exchanges between two adjacent features.

#### 3.1 인접한 두 특징형상의 자리바꿈

만일  $\otimes_i$  이 불리안 합집합( $\cup$ ), 차집합( $-$ ), 또는 교집합( $\cap$ ) 작업을 나타내고  $V_i$ 가 특징형상의 기본입체를 나타낸다면, 두개의 인접한 불리안 작업을 자리바꿈하더라도 동일한 결과를 제공하는 경우는 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$V_0 \otimes_1 V_1 \otimes_2 V_2 = V_0 \otimes_2 V_2' \otimes_1 V_1' \quad (1)$$

여기서  $V_1'$  과  $V_2'$  는  $V_1$ 과  $V_2$ 의 유효영역이며 그 값은 Table 1에 나타나 있다. Table 1에 나타난 것과 같이  $V_2'$  는 원래 특징형상의 기본입체  $V_2$ 와 항상 동일한 반면,  $V_1'$  은  $\otimes_1$  과  $\otimes_2$  의 조합에 따라 여러 가

지 값으로 변하는 것을 볼 수 있다. Table 1을 내용으로 하는 식 (1)에 대한 증명은 Appendix에 상세히 기술되어 있다.

**Table 1.** Effective zones of the primitives for the exchange of two Boolean operations

No	$\otimes_1$	$\otimes_2$	$V'_1$	$V'_2$
1	$\cup$	$\cup$	$V_1$	$V_2$
2	-	-	$V_1$	$V_2$
3	$\cup$	-	$V_1-V_2$	$V_2$
4	-	$\cup$	$V_1-V_2$	$V_2$
5	$\cap$	$\cap$	$V_1$	$V_2$
6	$\cup$	$\cap$	$V_1 \cup V_2$	$V_2$
7	$\cap$	$\cup$	$V_1 \cup V_2$	$V_2$
8	-	$\cap$	$V_1$	$V_2$
9	$\cap$	-	$V_1$	$V_2$

식 (1) 및 Table 1의 결과를 특징형상기반 모델링에 적용시켜 보도록 하자. 먼저 각 특징형상은 가법과 감법 특징형상으로 분류되며, 이 유형에 따라 적용되는 불리안 작업의 종류가 결정된다. 즉, 특징형상이 가법인 경우 해당 불리안 작업은 합집합( $\cup$ )이 되고, 감법이라면 차집합( $-$ )이 된다. 따라서 특징형상기반 모델링에서는 Table 1에 나열된 아홉 가지 경우 가운데 네 가지 경우, 즉, 1, 2, 3, 4의 경우만 고려하면 된다.

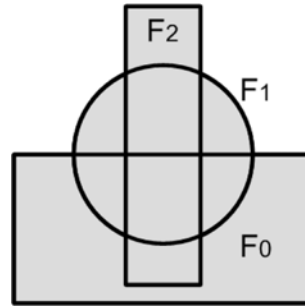
만일  $V_i$ 가 특징형상  $F_i$ 의 기본입체를 나타내고,  $\otimes_i$ 가 특징형상의  $\cup$  또는  $-$  불리안 작업을 나타낸다면, 두 인접한 특징형상을 자리바꿈한 경우는 다음 식으로 요약할 수 있다.

$$V_0 \otimes_1 V_1 \otimes_2 V_2 = V_0 \otimes_2 V_2 \otimes_1 (V_1 - \varphi(\otimes_1, \otimes_2) V_2) \quad (2)$$

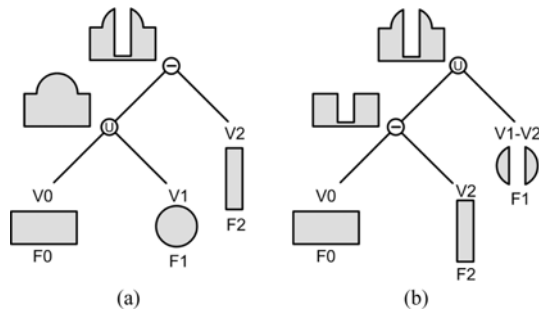
여기서  $\varphi(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{if } a \neq b \\ 0 & \text{if } a = b \end{cases}$

이해를 돕기 위하여 Fig. 5의 예제 모델에 식 (2)를 적용해 보도록 하겠다. 먼저, 이 예제 모델이 세 개의 특징형상  $F_0, F_1, F_2$ 을  $F_0 \rightarrow F_1 \rightarrow F_2$ 의 순서로 적용하여 만들어졌으며, 이후 어떤 기준에 의하여 특징형상의 순서가  $F_0 \rightarrow F_2 \rightarrow F_1$ 로 변경되었다고 가정하자. 이때 만일  $F_0$ 과  $F_1$ 이 가법 특징형상이고  $F_2$ 은 감법 특징형상이라고 한다면 (즉,  $\otimes_1 = \cup$  이고  $\otimes_2 = -$ ), 이 경우 식 (2)는  $V_0 \cup V_1 - V_2 = V_0 - V_2 \cup (V_1 - V_2)$ 가 된다. 이러한 가정에 대한 초기 부품 모델링 과정과 특징형상이 재배열된 경우가 Fig. 6에 나타나 있다. 재배열

된 후  $F_0, F_1, F_2$ 의 유효영역은 각각  $V_0, V_1-V_2, V_2$ 가 되며, 불리안 작업 수행 결과 원래 부품 모델의 형상과 동일함을 확인할 수 있다. 마찬가지로 방식으로 다른 세 가지 경우들(즉,  $\otimes_1 = \otimes_2 = \cup, \otimes_1 = \otimes_2 = -, \otimes_1 = -$ 이고  $\otimes_2 = \cup$ )에 대해 조사해 보면 식 (2)가 성립함을 쉽게 알 수 있다.



**Fig. 5.** A model composed of three features.



**Fig. 6.** Effective zones of the rearranged features: (a) the original feature tree, (b) a rearranged feature tree  $F_0 \rightarrow F_2 \rightarrow F_1$ , in which  $V_0, V_1-V_2$ , and  $V_2$  are the effective zones of the features  $F_0, F_1$ , and  $F_2$ , respectively.

**3.2 하나의 특징형상에 대한 재배치**

$n+1$ 개의 솔리드 모델들에 대하여  $n$ 개의 불리안 작업을 적용시켜서 얻은 결과 모델을  $M_n$ 으로 나타낸다고 하면 이는 간략히 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$M_n = V_0 \otimes_1 V_1 \otimes_2 V_2 \dots \otimes_i V_i \otimes_n V_n = \prod_{i=0}^n \otimes_i V_i \quad (3)$$

여기서  $\otimes_0 V_0 = \phi \otimes_0 V_0 = \begin{cases} V_0 & \text{if } \otimes_0 = \cup \\ \phi & \text{if } \otimes_0 = - \end{cases}$

만일  $F_j$ 에 상응하는  $j$ 번째 불리안 작업  $\otimes_j V_j$ 이  $m$ 번째 위치로 이동한다면,  $M_n$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_n = \left( \prod_{i=0, i \neq j}^m \otimes_i V_i \right) \left( \otimes_j \left( V_j - \sum_{t=1}^{m-j} \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+t}) V_{j+t} \right) \right) \left( \prod_{i=m+1}^n \otimes_i V_i \right)$$

여기서  $\varphi(a, b) = \begin{cases} 0 & \text{if } a = b \\ 1 & \text{if } a \neq b \end{cases}$  (4)

식 (4)를 알기 쉽게 도식적으로 표현한 것이 Fig. 7에 나타나 있다.  $F_j$ 이  $m$ 번째 위치로 이동할 때 오직  $F_j$ 의 유효영역만 변화하며 나머지 모든 특징형상들의 유효영역에는 아무런 변화가 없다.

Feature	Effective Zone	Feature	Effective Zone
0	$F_0 \otimes_0 V_0$	0	$F_0 \otimes_0 V_0$
...	...	...	...
$j-1$	$F_{j-1} \otimes_{j-1} V_{j-1}$	$j-1$	$F_{j-1} \otimes_{j-1} V_{j-1}$
$j$	$F_j \otimes_j V_j$	$j$	$F_{j+1} \otimes_{j+1} V_{j+1}$
$j+1$	$F_{j+1} \otimes_{j+1} V_{j+1}$	$j+1$	$F_{j+2} \otimes_{j+2} V_{j+2}$
...	...	...	...
$m-1$	...	$m-1$	$F_m \otimes_m V_m$
$m$	$F_m \otimes_m V_m$	$m$	$F_j \otimes_j V_j - \sum_{t=1}^{m-j} \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+t}) V_{j+t}$
...	...	...	...
$n$	$F_n \otimes_n V_n$	$n$	$F_n \otimes_n V_n$

Fig. 7. Modification of the effective zones of the features for relocation of feature  $F_j$  to the  $m$ -th position.

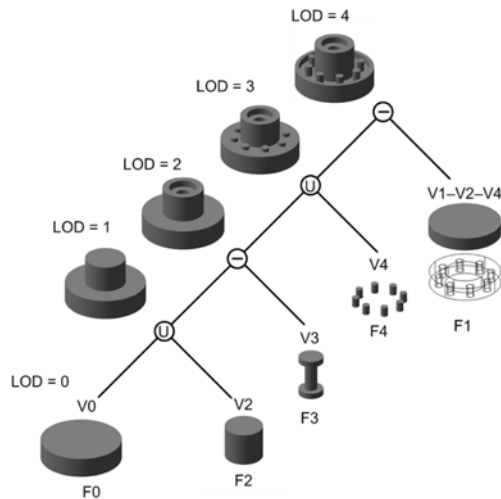


Fig. 8. The effect of changing the order of features to  $F_0 \rightarrow F_2 \rightarrow F_3 \rightarrow F_4 \rightarrow F_1$ ; the effective zones of  $F_0, F_1, F_2, F_3,$  and  $F_4$  are  $V_0, V_1-V_2-V_4, V_2, V_3$  and  $V_4$ , respectively.

식 (4)에 대한 증명은 Appendix에 소개되어 있다. 이해를 돕기 위해 Fig. 2의 예제 모델을 이용한 예를 들어 설명하도록 하겠다. 만일 특징형상  $F_1$ 을 마지막 위치로 이동시키면 특징형상의 순서는  $F_0 \rightarrow F_2 \rightarrow F_3 \rightarrow F_4 \rightarrow F_1$ 이 되고 식 (4)에 의해 불리안 작업은  $V_0 \cup V_2 - V_3 \cup V_4 - (V_1 - V_2 - V_4)$ 가 된다. 이 경우  $F_0, F_1, F_2, F_3, F_4$ 의 유효영역은 각각  $V_0, V_1 - V_2 - V_4, V_2, V_3, V_4$ 가 된다. Fig. 8에 식 (4)에 의한 재배열된 특징형상들의 불리안 작업 결과가 나타나 있으며, 그 결과가 원래 Fig. 2의 예제 모델 형상과 동일함을 확인할 수 있다.

### 4. 적용 예

본 논문에서 제안한 특징형상 유효영역에 바탕을 둔 특징형상 재배열 문제의 해법을 검증하고 특징형상기반 다중해상도 모델링 방법을 구현하기 위하여 Partial Entity Structure<sup>[20]</sup>를 바탕으로 한 특징형상기반 비다양체 모델링 시스템을 개발하였다. 이를 잘 알려진 ANC-101 시험 부품 모델에 대해서 적용시켜 보도록 하겠다. ANC-101 테스트 파트는 CAM-I의 Advanced Numerical Control (ANC) 프로그램에 의해서 설계된 것으로 기하학적 형상 모델링 능력을 테스트하기 위해서 만들어진 것이다. Fig. 9에 나타난 것과 같이 초기 부품 모델링 과정은 10개의 특징형상을 순차적으로 적용시키는 것으로 되어있다. Fig. 10는 감법 특징형상의 볼륨을 LOD 판단 기준으로 선정했을 때의 결과를 보여주고 있다. 이 경우 가장 낮은 해상도의 LOD 모델은 모든 가법 특징형상을 포함한 것이 된다. Fig. 11은 특징형상의 볼륨을 LOD 판단 기준으로 선정했을 때의 결과를 보여주고 있다. 이 경우 특징형상의 유형이 감법이나 가법이나는 상관없이 볼륨의 크기만을 기준으로 재배열한 것이다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 특징형상기반 모델에 대한 새로운 다중해상도 모델링 방법을 제안하였다. 이 새로운 접근 방식의 특성 및 기여도는 다음과 같이 요약할 수 있다.

- **특징형상기반 다중해상도 모델링 기법:** 대부분의 과거의 연구는 다중해상도 모델링의 대상이 삼각형 메쉬이고 낮은 해상도의 모델을 만들기 위해서 꼭지점, 모서리, 면과 같은 낮은 수준의 위상 요소들을 없애나가는 방식을 채택하였다. 그 응용 분야는 주로 컴퓨터 그래픽스로서 기하학적 형상 모

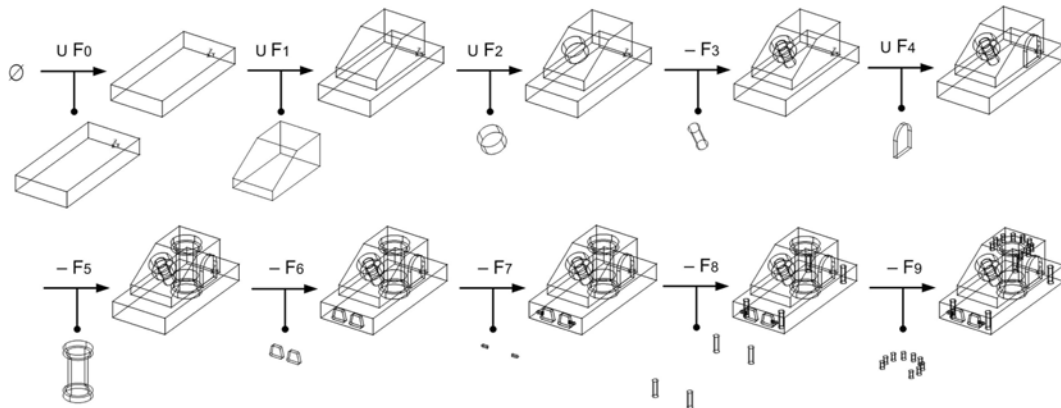


Fig. 9. Feature-based solid modelling process for the CAM-I ANC-101 test part.

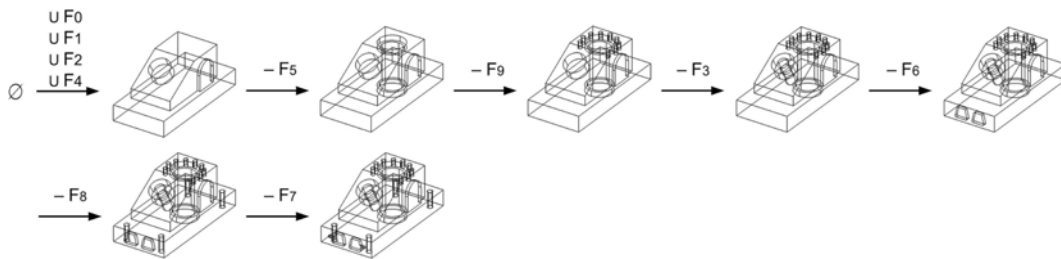


Fig. 10. LOD models using the volume of the subtractive feature as the LOD criterion, and with additive features taking precedence over subtractive features.

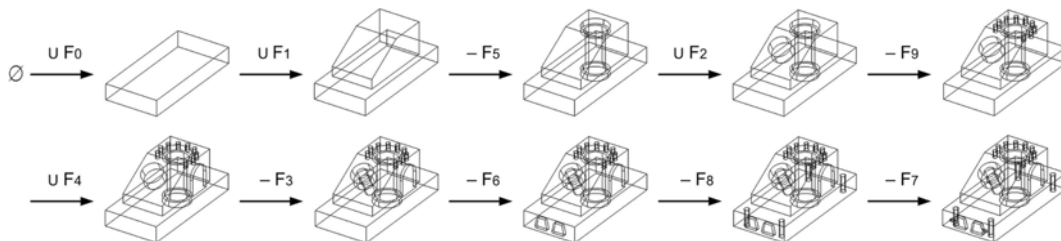


Fig. 11. LOD models using the volume of the feature as the LOD criterion, regardless of the feature type.

델의 빠른 렌더링이나 전달에 초점이 맞추어져 있었다. 그러나 본 연구에서는 다중해상도 모델링의 대상이 메쉬가 아니고 솔리드 모델이며, 제거 대상이 위상요소가 아니라 훨씬 상위 수준의 모델링 요소인 특징형상이다. 그리고 그 응용 분야는 주로 해석, 네트워킹기반 협업 설계, 가상 프로토타이핑 및 가상 생산과 같은 엔지니어링 작업에 초점이 맞추어져 있다.

- **특징형상 재배열 문제 해결:** 특징형상 기반 다중해상도 솔리드 모델링에서 어떤 LOD 판단기준에 따라 특징형상들이 임의로 재배열되었을 때 동일한 최종 형상과 유효한 LOD 모델들을 생성시키

는 것은 어려운 숙제 가운데 하나였다. 일반적으로 특징형상들이 재배열되면 그 결과 형상은 원래의 형상과 달라지게 되며, 그 이유는 불리안 합집합과 차집합 사이에는 교환법칙이 성립하지 않기 때문이다. 이 논문에서는 특징형상의 유효영역이라는 개념을 새로이 제안하고 이 유효영역에 바탕을 둔 다중해상도 모델링 알고리즘을 개발함으로써 이 문제를 해결하였다. 이 알고리즘의 구현을 용이하게 하기 위하여 다중해상도 특징형상이라는 새로운 자료구조를 정의하여 사용하였다. 이 알고리즘은 특징형상의 유형이 감법이나 가법이나에 상관없이 특징형상들을 임의로 재배열시키



라도 원래와 동일한 최종 형상과 합리적인 중간단계의 LOD 모델들을 제공해 준다.

- **자료구조에 독립적:** 특징형상의 유효영역은 수학적으로 정의되는 것으로서 모델의 특정 자료 구조와는 아무런 상관성이 없다. 따라서 전통적인 CSG 또는 B-rep의 솔리드 자료구조를 사용해서도 구현이 가능하며 비다양체 자료구조를 사용하여도 구현이 가능하다. 다만, 비다양체 자료구조가 다중해상도 모델링 구현에 속도와 표현 범위의 측면에 많은 장점이 있어 본 연구에서는 이를 채택하여 구현하였다.
- **LOD 판단 기준 확대에 기여:** LOD에 대한 판단 기준으로서 특징형상의 유형에 상관없는 특징형상의 볼륨이 채택될 수 있는 기반을 제공하였다. 향후 연구 과제로서 다음과 같은 사항들을 제안한다.
- **다중해상도 모델링 기법의 엔지니어링 해석 분야의 확장:** 해석을 위한 기하학적 모델은 단순화되고 이상화된 모델로서 이들은 단지 솔리드 모델 뿐만 아니라 증립면이나 와이어프레임을 포함할 수도 있다. 엔지니어의 의도와 해석 결과의 정밀도에 따라 다양한 축약 수준(level of abstraction (LOA))의 기하학적 모델들이 CAE 시스템에 제공될 필요가 있다. 따라서 다중해상도뿐만 아니라 다중축약도 모델링 기법의 개발이 필요하며, 이러한 기술을 바탕으로 한 설계와 해석의 통합 환경 제공도 향후 연구 과제로 고려해 볼 수 있다.
- **조립체 모델을 위한 다중해상도 표현의 생성:** 본 논문에서 제시한 것은 하나의 부품에 대한 다중해상도 표현이었다. 기계는 조립체로 이루어져 있으며 특히 가상 프로토타이핑 및 가상 생산을 위해서는 조립체 모델을 대상으로한 다중해상도 모델링 기법의 개발이 필요하다. 다중해상도 조립체 모델을 생성시킬 때는 조립 구속조건이 함께 고려되어야 한다.
- **새로운 응용 분야의 개척 및 새로운 LOD 판단 기준의 제시:** 다중해상도 모델링 기법을 적용할 수 있는 다양한 응용 분야를 개척하는 것이 필요하다. 또한 그에 따라 해당 응용 분야에 적합한 새로운 LOD 판단 기준을 제안하고 이를 적용시키는 작업이 필요하다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (과제 번호: R01-2002-000-00061-0) 사업의 지원으로 수행되었음.

## 참고문헌

1. Lee, K., Principles of CAD/CAM/CAE Systems, Addison Wesley Longman, Inc., 1999.
2. Cignoni, P., Montani, C. and Scopigno, R., "A Comparison of Mesh Simplification Algorithms", *Computers & Graphics*, Vol. 22, No. 1, pp. 37-54, 1998.
3. Schröder, W. J., Zerge, J. A. and Lorensen, W. E., "Decimation of Triangle Meshes", *Proceedings of SIGGRAPH '92 in Computer Graphics*, Vol. 26, No. 2, pp. 65-70, 1992.
4. 이상현, 이강수, 박상근, "선택적 불리안 연산자를 이용한 솔리드 모델의 다중해상도 구현", 한국정밀공학회 2002년도 춘계 학술대회 논문집, KSPE 02S179, pp. 833-835, 2002. 5. 17-18.
5. 이상현, 이강수, 박상근, "교환법칙을 만족하는 비다양체 모델의 선택적 불리안 작업의 개발", 한국정밀공학회 2002년도 춘계 학술대회 논문집, KSPE 02S180, pp. 836-839, 2002. 5. 17-18.
6. 이재열, 이주행, 김현, 김형선, "셀룰러 토폴로지를 이용한 프로그래시브 솔리드 모델 생성 및 전송", 한국CAD/CAM학회 논문집, 제9권 제2호, pp. 122-132, 2004.
7. 최동혁, 김태완, 이근우, "특징형상 변환을 이용한 B-rep 모델의 다중해상도 구현", 한국CAD/CAM학회 논문집, 제7권, 제2호, pp. 121-130, 2002.
8. Armstrong, C. G., "Modelling Requirements for Finite-element Analysis", *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No. 7, pp. 573-578, 1994.
9. Belaziz, M., Bouras, A. and Brun, J. M., "Morphological Analysis for Product Design", *Computer-Aided Design*, Vol. 21, No. 5-6, pp. 377-388, 2000.
10. Bidarra, R., Kranendonk, N., Noort, A. and Bronsvort, W. F., "A Collaborative Framework for Integrated Part and Assembly Modeling", *Proceedings of the 7th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, Saarbrücken, Germany, pp. 389-400, June 17-21, 2002.
11. Lee, J. Y., Lee, J.-H., Kim, H. and Kim, H. S., "A Cellular Topology-based Approach to Generating Progressive Solid Models from Feature-centric Models", *Computer-Aided Design*, Vol. 36, No. 3, pp. 217-229, 2004.
12. Li, J., Gao, S. and Zhou, X., "Direct Incremental Transmission of Boundary Representation", *Proceedings of the 8th ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, Seattle, Washington, USA, pp. 298-303, June 16-20, 2003.
13. Wu, D., Dhargava, S. and Sarma, R., "Solid Model Streaming as the Basis for a Distributed Design Environment", *Proceedings of the 2000 ASME Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, 26th Design Automation Conference, Baltimore, Maryland, DETC2000/DAC-14250, September 10-

13, 2000.

14. 이재열, 김현, 한성배, “네트워크 기반 특징형상 모델링”, 한국 CAD/CAM학회 논문집, 제5권, 제1호, pp. 12-22, 2000.

15. Koo, S. and Lee, K., “Wrap-around Operation to Make Multi-resolution Model of Part and Assembly”, *Computers & Graphics*, Vol. 26, No. 5, pp. 687-700, 2002.

16. Lee, S. H., Lee, K.-Y., Woo, Y. W., and Lee, K.-S., Feature-Based Multi-Resolution Modeling of Solids Using History-Based Boolean Operations - Part I: Theory of History-Based Boolean Operations, Vol. 19, No. 2, pp. 549-557.

17. Lee, S. H., Lee, K.-Y., Woo, Y. W. and Lee, K.-S., Feature-Based Multi-Resolution Modeling of Solids Using History-Based Boolean Operations - Part II: Implementation Using a Non-Manifold Modeling System, Vol. 19, No. 2, pp. 558-566.

18. Shah, J. J. and Mäntylä, M., Parametric and Feature-based CAD/CAM, John Wiley & Sons, Inc., 1995.

19. 이상현, 이건우 “비다양체 형상 모델링을 위한 간결한 경계 표현 및 확장된 오일러 작업자”, 한국 CAD/CAM 학회지, Vol. 1, No. 1, pp. 1-19, 1996.

20. Lee, S. H. and Lee, K., “Partial Entity Structure: A Compact Boundary Representation for Non-manifold Geometric Modeling”, *ASME Journal of Computing & Information Science in Engineering*, Vol. 1, No. 4, pp. 356-365, 2001.

21. Lin, S.-Y.T. and Lin, Y.-F., Set Theory: An Intuitive Approach, Boston, Houghton Mifflin, 1974.

## Appendix

### A.1 두 불리안 작업의 자리바꿈 식 (1) 및 Table 1의 증명

$V_1$ 의 여집합(complement)을  $V_1^c$ 로 표시하면 불리안 차집합 연산은 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다[21].

$$V_0 - V_1 = V_0 \cap V_1^c \quad (5)$$

부울 대수학(Boolean Algebra)의 공리들과 식 (5)를 이용해서 Table 1의 Case 1에서 9까지의 결과에 대한 증명을 다음과 같이 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{(Case 1)} \quad V_0 \cup V_1 \cup V_2 &= V_0 \cup V_2 \cup V_1 \\ V_0 \cup V_1 \cup V_2 &= (V_0 \cup V_1) \cup V_2 \\ &= V_0 \cup (V_1 \cup V_2) \quad (\text{associative law}) \\ &= V_0 \cup (V_2 \cup V_1) \quad (\text{commutative law}) \\ &= (V_0 \cup V_2) \cup V_1 \quad (\text{associative law}) \\ &= V_0 \cup V_2 \cup V_1 \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Case 2)} \quad V_0 - V_1 - V_2 &= V_0 - V_2 - V_1 \\ V_0 - V_1 - V_2 &= (V_0 - V_1) - V_2 \\ &= (V_0 \cap V_1^c) \cap V_2^c \quad (\text{식 (5)}) \\ &= V_0 \cap (V_1^c \cap V_2^c) \quad (\text{associative law}) \\ &= V_0 \cap (V_2^c \cap V_1^c) \quad (\text{commutative law}) \\ &= (V_0 \cap V_2^c) \cap V_1^c \quad (\text{associative law}) \\ &= (V_0 - V_2) - V_1 \quad (\text{식 (5)}) \\ &= V_0 - V_2 - V_1 \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Case 3)} \quad V_0 \cup V_1 - V_2 &= V_0 - V_2 \cup (V_1 - V_2) \\ V_0 \cup V_1 - V_2 &= (V_0 \cup V_1) - V_2 \\ &= (V_0 \cup V_1) \cap V_2^c \quad (\text{식 (5)}) \\ &= (V_0 \cap V_2^c) \cup (V_1 \cap V_2^c) \quad (\text{distributive law}) \\ &= (V_0 - V_2) \cup (V_1 - V_2) \quad (\text{식 (5)}) \\ &= V_0 - V_2 \cup (V_1 - V_2) \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Case 4)} \quad V_0 - V_1 \cup V_2 &= V_0 \cup V_2 - (V_1 - V_2) \\ V_0 - V_1 \cup V_2 &= (V_0 - V_1) \cup V_2 \\ &= (V_0 \cap V_1^c) \cup V_2 \quad (\text{식 (5)}) \\ &= (V_0 \cup V_2) \cap (V_1^c \cup V_2) \quad (\text{distributive law}) \\ &= (V_0 \cup V_2) \cap (V_1 \cap V_2^c)^c \quad (\text{DeMorgan's law}) \\ &= (V_0 \cup V_2) \cap (V_1 - V_2)^c \quad (\text{식 (5)}) \\ &= (V_0 \cup V_2) - (V_1 - V_2) \quad (\text{식 (5)}) \\ &= V_0 \cup V_2 - (V_1 - V_2) \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Case 5)} \quad V_0 \cap V_1 \cap V_2 &= V_0 \cap V_2 \cap V_1 \\ V_0 \cap V_1 \cap V_2 &= (V_0 \cap V_1) \cap V_2 \\ &= V_0 \cap (V_1 \cap V_2) \quad (\text{associative law}) \\ &= V_0 \cap (V_2 \cap V_1) \quad (\text{commutative law}) \\ &= (V_0 \cap V_2) \cap V_1 \quad (\text{associative law}) \\ &= V_0 \cap V_2 \cap V_1 \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Case 6)} \quad V_0 \cup V_1 \cap V_2 &= V_0 \cap V_2 \cup (V_1 \cap V_2) \\ V_0 \cup V_1 \cap V_2 &= (V_0 \cup V_1) \cap V_2 \\ &= (V_0 \cup V_1) - V_2^c \quad (\text{식 (5)}) \\ &= (V_0 - V_2^c) \cup (V_1 - V_2^c) \quad (\text{식 (8)}) \\ &= (V_0 \cap V_2) \cup (V_1 \cap V_2) \quad (\text{식 (5)}) \\ &= V_0 \cap V_2 \cup (V_1 \cap V_2) \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Case 7)} \quad V_0 \cap V_1 \cup V_2 &= V_0 \cup V_2 \cap (V_1 \cup V_2) \\ V_0 \cap V_1 \cup V_2 &= (V_0 \cap V_1) \cup V_2 \\ &= (V_0 - V_1^c) \cup V_2 \quad (\text{식 (5)}) \\ &= (V_0 \cup V_2) - (V_1^c - V_2) \quad (\text{식 (9)}) \\ &= (V_0 \cup V_2) - (V_1^c \cap V_2^c) \quad (\text{식 (5)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (V_0 \cup V_2) - (V_1 \cup V_2)^C \quad (\text{DeMorgan's law}) \\
&= (V_0 \cup V_2) \cap (V_1 \cup V_2) \quad (\text{식 (5)}) \\
&= V_0 \cup V_2 \cap (V_1 \cup V_2) \quad (12)
\end{aligned}$$

**(Case 8)**  $V_0 - V_1 \cap V_2 = V_0 \cap V_2 - V_1$

$$\begin{aligned}
V_0 - V_1 \cap V_2 &= (V_0 - V_1) \cap V_2 \\
&= (V_0 \cap V_1^C) \cap V_2 \quad (\text{식 (5)}) \\
&= V_0 \cap (V_1^C \cap V_2) \quad (\text{associative law}) \\
&= V_0 \cap (V_2 \cap V_1^C) \quad (\text{commutative law}) \\
&= (V_0 \cap V_2) \cap V_1^C \quad (\text{associative law}) \\
&= (V_0 \cap V_2) - V_1 \quad (\text{식 (5)}) \\
&= V_0 \cap V_2 - V_1 \quad (13)
\end{aligned}$$

**(Case 9)**  $V_0 \cap V_1 - V_2 = V_0 - V_2 \cap V_1$

$$\begin{aligned}
V_0 \cap V_1 - V_2 &= (V_0 \cap V_1) - V_2 \\
&= (V_0 \cap V_1) \cap V_2^C \quad (\text{식 (5)}) \\
&= V_0 \cap (V_1 \cap V_2^C) \quad (\text{associative law}) \\
&= V_0 \cap (V_2^C \cap V_1) \quad (\text{commutative law}) \\
&= (V_0 \cap V_2^C) \cap V_1 \quad (\text{associative law}) \\
&= (V_0 - V_2) \cap V_1 \quad (\text{식 (5)}) \\
&= V_0 - V_2 \cap V_1 \quad (14)
\end{aligned}$$

## A.2 하나의 특징형상에 대한 재배치 (식 (4)의 증명).

**(Step 1)** 첫번째 단계로서  $\otimes_j V_j$ 과  $\otimes_{j+1} V_{j+1}$ 이 서로 자리를 바꾸는 경우를 살펴보자. 자리바꿈이 일어나기 전의 모델  $M_n$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_n = M_{j+1} \prod_{i=j+2}^n \otimes_i V_i \quad (15)$$

여기서

$$M_{j+1} = M_{j-1} \otimes_j V_j \otimes_{j+1} V_{j+1} \quad (16)$$

만일 식 (16)의  $j$ 번째와  $j+1$ 번째 요소를 서로 자리바꿈하면 식 (2)에 의해서 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned}
M'_{j+1} &= M_{j+1} \\
&= M_{j-1} \otimes_{j+1} V_{j+1} \otimes_j (V_j - \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+1}) V_{j+1}) \quad (17)
\end{aligned}$$

따라서 자리바꿈 후의 모델  $M'_n$ 은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\begin{aligned}
M'_n &= M_n = \prod_{i=0}^n \otimes'_i V'_i \\
&= \left( \prod_{i=0}^{j-1} \otimes_i V_i \right) \otimes_{j+1} V_{j+1}
\end{aligned}$$

$$\times \otimes_j (V_j - \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+1}) V_{j+1}) \left( \prod_{i=j+2}^n \otimes_i V_i \right) \quad (18)$$

**(Step 2)** 두번째 단계로서  $\otimes'_{j+1} V'_{j+1}$ 과  $\otimes'_{j+2} V'_{j+2}$ 이 서로 자리를 바꾸는 경우를 살펴보자. 자리바꿈 이전의 모델  $M'_n$ 은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$M'_n = M'_{j+2} \prod_{i=j+3}^n \otimes'_i V'_i = M'_{j+2} \prod_{i=j+3}^n \otimes_i V_i \quad (19)$$

$$\text{여기서 } M'_{j+2} = M'_j \otimes'_{j+1} V'_{j+1} \otimes'_{j+2} V'_{j+2} \quad (20)$$

만일 식 (20)의  $j+1$ 번째와  $j+2$ 번째의 요소를 서로 자리바꿈하면 식 (2)에 의해 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
M''_{j+2} &= M'_{j+2} \\
&= M'_j \otimes'_{j+2} V'_{j+2} \otimes'_{j+1} (V'_{j+1} - \varphi(\otimes'_{j+1}, \otimes'_{j+2}) V'_{j+2}) \quad (21)
\end{aligned}$$

식 (17)을 사용하면 이 식은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\begin{aligned}
M''_{j+2} &= M_{j-1} \otimes_{j+1} V_{j+1} \otimes_{j+2} V_{j+2} \\
&\times \otimes_j (V_j - \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+1}) V_{j+1} - \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+2}) V_{j+2}) \quad (22)
\end{aligned}$$

따라서 자리바꿈후의 모델  $M''_n$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
M''_n &= M'_n = M_n = \prod_{i=0}^n \otimes''_i V''_i \\
&\times \left( \prod_{i=0}^{j-1} \otimes_i V_i \right) \otimes_{j+1} V_{j+1} \otimes_{j+2} V_{j+2} \\
&\times \otimes_j (V_j - \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+1}) V_{j+1} - \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+2}) V_{j+2}) \\
&\times \left( \prod_{i=j+3}^n \otimes_i V_i \right) \\
&\times \left( \prod_{i=0}^{j-1} \otimes_i V_i \right) \left( \prod_{i=j+1}^{j+2} \otimes_i V_i \right) \\
&\times \otimes_j (V_j - \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+1}) V_{j+1} - \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+2}) V_{j+2}) \\
&\times \left( \prod_{i=j+3}^n \otimes_i V_i \right) \quad (23)
\end{aligned}$$

**(Step k)**  $k$ 번째 단계로서  $j+k-1$ 번째와  $j+k$ 번째 요소를 서로 자리바꿈하는 경우를 살펴보도록 하자.  $k-1$ 번의 자리바꿈을 한 결과 모델  $M_n^{(k-1)}$ 은 다음과

같이 나타낼 수 있다.

$$M_n^{(k-1)} = M_{j+k}^{(k-1)} \prod_{i=j+k+1}^n \otimes_i^{(k-1)} V_i^{(k-1)} \quad (24)$$

여기서

$$M_{j+k}^{(k-1)} = M_{j+k-2}^{(k-1)} \otimes_{j+k-1}^{(k-1)} V_{j+k-1}^{(k-1)} \otimes_{j+k}^{(k-1)} V_{j+k}^{(k-1)} \quad (25)$$

만일 식 (25)의  $j+k-1$ 번째와  $j+k$ 번째 요소를 서로 자리바꿈하면,  $M_{j+k}^{(k)}$  모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M_{j+k}^{(k)} &= M_{j+k}^{(k-1)} \\ &= M_{j+k-2}^{(k-1)} \otimes_{j+k}^{(k-1)} V_{j+k}^{(k-1)} \\ &\quad \times \otimes_{j+k-1}^{(k-1)} (V_{j+k-1}^{(k-1)} - \varphi(\otimes_{j+k-1}^{(k-1)}, \otimes_{j+k}^{(k-1)}) V_{j+k}^{(k-1)}) \quad (26) \end{aligned}$$

최초의 요소들을 사용해서 이 식을 다시 쓰면 다음과 같이 된다.

$$M_{j+k}^{(k)} = \left( \prod_{i=0}^{j-1} \otimes_i V_i \right) \left( \prod_{i=j+1}^{j+k} \otimes_i V_i \right)$$

$$\times \otimes_j \left( V_j - \sum_{i=1}^k \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+i}) V_{j+i} \right) \quad (27)$$

따라서  $k$ 번의 자리바꿈을 한 후의 모델  $M_n^{(k)}$  는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} M_n^{(k)} &= M_n = \sum_{i=0}^n \otimes_i^{(k)} V_i^{(k)} \\ &= \left( \prod_{i=0}^{j-1} \otimes_i V_i \right) \left( \prod_{i=j+1}^{j+k} \otimes_i V_i \right) \\ &\quad \times \otimes_j \left( V_j - \sum_{i=1}^k \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+i}) V_{j+i} \right) \left( \prod_{i=j+k+1}^n \otimes_i V_i \right) \quad (28) \end{aligned}$$

$j$ 번째 요소가  $m$ 번째 위치로 이동할 경우,  $k$ 는  $k=m-j$ 가 된다. 만일  $k=m-j$ 을 식 (28)에 적용시키면 다음 식이 얻어지며, 이는 식 (4)와 동일하다.

$$\begin{aligned} M_n &= \left( \prod_{i=0, i \neq j}^m \otimes_i V_i \right) \\ &\quad \times \left( \otimes_j \left( V_j - \sum_{i=1}^{m-j} \varphi(\otimes_j, \otimes_{j+i}) V_{j+i} \right) \right) \left( \prod_{i=m+1}^n \otimes_i V_i \right) \end{aligned}$$



**이 상 현**

1986년 서울대학교 기계설계학과 학사  
 1988년 서울대학교 기계설계학과 석사  
 1993년 서울대학교 기계설계학과 박사  
 1993년~1995년 신도리코 기술연구소 책임연구원  
 1996년 대우 고등기술연구원 선임연구원  
 1996년~현재 국민대학교 부교수  
 관심분야 : CAD/CAM, 3D Geometric Modeling, Die & Mold Design, Virtual Design and Manufacturing



**이 규 열**

1971년 서울대학교 공과대학 조선공학과 학사  
 1975년 독일 하노버 공과대학 조선공학 석사(Dipl.-Ing.)  
 1982년 독일 하노버 공과대학 조선공학 박사(Dr.-Ing.)  
 1975년-1983년 독일 하노버 공과대학 선박설계 및 이론연구소, 주정부 연구원

1983년-1994년 한국기계연구원 선박해양공학연구소, 선박설계, 생산자동화 연구사업(CSDP)단장  
 1994년~현재 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 교수  
 관심분야: CAD, CAGD, 선박 설계, 시뮬레이션, CALS